

Il paradosso del barbiere

Il paradosso del barbiere è uno dei più famosi paradossi della matematica, formulato da Bertrand Russell, filosofo e matematico inglese, nei primi anni del '900.

Un villaggio ha tra i suoi abitanti uno ed un solo barbiere, uomo ben sbarbato.

Sull'insegna del suo negozio è scritto:

"Il barbiere rade tutti

- e unicamente -

coloro che non si radono da soli".

La domanda a questo punto è: **chi rade il barbiere?**

Si possono fare due ipotesi:

- se il barbiere **si rade**, allora, per quello che è scritto sull'insegna, e cioè che il barbiere non rade le persone che si radono da sole, **non si rade**.
- se il barbiere **non si rade** allora, dato che il barbiere rade tutti quelli che non radono sé stessi, il barbiere **si rade**.

Il paradosso causò un momento di crisi di tutta la teoria matematica dell'epoca.

Infatti il problema del barbiere ha la stessa struttura di questo problema che Russell aveva formulato: *"un insieme può essere o meno elemento di sé stesso?"*

Ad esempio, l'insieme L di tutti i libri di una biblioteca non è elemento di sé stesso, è ovvio.

Invece, attenti!, pensate all'insieme A di tutti gli insiemi con più di 20 elementi. Quanti elementi ha A? Tanti no? Più di 20? Di sicuro. Allora A è elemento di sé stesso.

Quindi sembrerebbe che la cosa sia possibile.

E qui arriviamo al paradosso! Pensate all'insieme:

$T = \{ \text{insieme di tutti gli insiemi che non sono elementi di sé stessi} \}$

Esso è o no elemento di sé stesso?

L'accorto studente di 1°TB si sarà già reso conto della somiglianza del problema col paradosso del barbiere.

Se l'insieme T non fosse elemento di sé stesso, allora dovrebbe essere elemento di sé stesso.

E, analogamente, se lo fosse, non dovrebbe esserlo.

La definizione di T genera ad ogni modo una contraddizione. (**Paradosso di Russell**)

La conclusione a cui arrivò inizialmente Russell fu quella di introdurre una nuova teoria degli insiemi nella quale gli insiemi si distinguono in diversi livelli, per cui al livello 0 avremo gli elementi, al livello 1 gli insiemi di elementi, al livello 2 gli insiemi di insiemi di elementi e così via. In questa ottica, è possibile risolvere il paradosso.

Sebbene, ad ogni modo, si stia ancora discutendo su chi rada il barbiere. In fondo è anche possibile che la barba, semplicemente, non gli cresca...